

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان ۱۳۹۲ / ۳ / ۱	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://acc.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۲	

ردیف	سوالات	نمره
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید: الف) شهود می تواند یک یا احساس بدون استدلال باشد. ب) اگر مجموعه A دارای ۳ عضو باشد، مجموعه $A \times A$ دارای زیر مجموعه است.	۰/۵
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $P(n): 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	۱/۵
۳	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض اند، ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۱/۲۵
۴	اگر x, y دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$	۱/۲۵
۵	با استفاده از برهان خلف، نشان دهید $\sqrt{2}$ عددی گنگ است.	۱/۲۵
۶	مجموعه های $A = \{ 2^x \mid x \in \mathbb{N}, x < 3 \}$ و $B = \{ x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 1 \}$ مفروضند: الف) مجموعه های A, B را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب) مجموعه $(B \times A)$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید.	۱/۵
۷	اگر $A = [-i, 2-i]$ و $i \in \mathbb{N}$ باشد، مطلوب است $\bigcap_{i=1}^4 A_i$ و $\bigcup_{i=1}^4 A_i$	۱
۸	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$	۱/۵
۹	رابطه ی R روی $\{(0,0)\} - z^2$ به صورت زیر تعریف شده است: $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow xt = yz$ الف) نشان دهید که R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-3, 2)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
« ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم »		

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱ / ۳ / ۱۳۹۲		تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۲		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید:</p> <p>الف) فضای نمونه بی‌بسته یک مجموعه متناهی به صورت بازه‌هایی از اعداد حقیقی و یا اشکال و احجام هندسی می‌باشند.</p> <p>ب) هر زیر مجموعه از فضای نمونه‌ای را یک پیشامد گوئیم.</p> <p>پ) پیشامد $A \cap B$ تنها وقتی حاصل می‌شود که یکی از دو پیشامد های A یا B اتفاق بیفتد.</p>	۰/۷۵
۱۱	<p>اگر A و B دو پیشامد معین باشند، پیشامد " فقط پیشامد A اتفاق بیفتد " را با استفاده از نمودار ون نمایش دهید.</p>	۱
۱۲	<p>تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج دو برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. اگر A پیشامد وقوع عددی کمتر از پنج باشد، احتمال وقوع پیشامد A چقدر است؟</p>	۱/۵
۱۳	<p>خانواده‌ای دارای سه فرزند است فضای نمونه‌ای را نوشته، مطلوب است احتمال اینکه:</p> <p>الف) حداقل دارای ۲ پسر باشد.</p> <p>ب) فرزند اول دختر باشد.</p>	۶/۵
۱۴	<p>دو عدد حقیقی x, y را به طور تصادفی از بازه $(۱, ۳)$ انتخاب می‌کنیم، مطلوب است احتمال آن که مجموع دو عدد بین ۳ و ۴ باشد.</p>	۲
۱۵	<p>برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ی S ثابت کنید:</p> $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$	۲
	جمع نمره	۲۰
	« موفق باشید »	

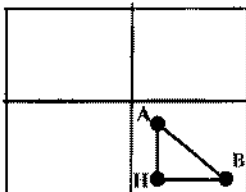
باسمه تعالی

ساعت شروع : ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳۹۲ / ۳ / ۱		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۲

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۰/۵	(الف) دانش غربزی (۰/۲۵) (ب) $۲^۱$ (۰/۲۵)	۱
-----	--	---

۱/۵	$P(1): 1^2 = \frac{1(1+1)(2+1)}{6} \Rightarrow 1 = 1 \quad (۰/۲۵)$ $P(K): 1+2^2+3^2+\dots+k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} \quad (۰/۲۵)$ $P(K+1): 1+2^2+3^2+\dots+k^2+(k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} \quad (۰/۲۵)$ $P(K+1): 1+2^2+3^2+\dots+k^2+(k+1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 = \quad (۰/۲۵)$ $= \frac{k(k+1)(2k+1)+6(k+1)^2}{6} = \frac{(k+1)(k(2k+1)+6(k+1))}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} \quad (۰/۵)$	۲
-----	---	---

۱/۲۵	<p>سطح مربع را به ۴ مربع مساوی تقسیم می کنیم.</p> <p>۴ مربع را ۴ لانه و ۵ نقطه را ۵ کبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) چون $۵ > ۴$ بنابر اصل لانه کبوتری حداقل دو تا از نقطه ها به یکی از مربع های کوچک تعلق دارند. (۰/۵)</p> <p>طول هر ضلع مربع کوچک یک واحد می باشد. با استفاده از قضیه فیثاغورس به دست می آید:</p> $(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \quad (۰/۲۵)$ $(AB)^2 < 1^2 + 1^2 \Rightarrow (AB)^2 < 2 \Rightarrow AB < \sqrt{2} \quad (۰/۲۵)$ 	۳
------	---	---

۱/۲۵	$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2 - 2xy - 2x - 2y \geq 0 \Rightarrow \quad (۰/۵)$ $(x-1)^2 + (x-y)^2 + (y-1)^2 \geq 0 \quad (۰/۵)$ <p>درستی عبارت بدیهی است. بنابراین تمامی روابط برگشت پذیر است. (۰/۲۵)</p>	۴
------	---	---

« ادامه در صفحه ی دوم »

باسمه تعالی

ساعت شروع : ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳۹۲ / ۳ / ۱		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۲

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵	<p>اگر $\sqrt{2}$ گنگ نباشد پس گویاست بنابراین $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ که در آن p و $q \neq 0$ اعداد صحیح می باشند که نسبت به هم اول هستند. (۰/۲۵)</p> <p>$\sqrt{2} = \frac{p}{q} \Rightarrow 2 = \frac{p^2}{q^2} \Rightarrow 2q^2 = p^2 \Rightarrow p^2$ زوج است $\Rightarrow p$ زوج است $\Rightarrow p = 2k$ (۰/۵) $\Rightarrow p^2 = 4k^2$</p> <p>$\Rightarrow 2q^2 = 4k^2 \Rightarrow q^2 = 2k^2 \Rightarrow q^2$ زوج است (۰/۲۵) $\Rightarrow q$ زوج است</p> <p>با فرض اول بودن p و q به تناقض رسیده ایم یعنی حکم اولیه درست است. (۰/۲۵)</p>	
---	---	--

۶	<p>الف) $A = \{2, 4\}$ (۰/۵) $B = \{-1, 0, 1\}$ (۰/۵)</p> <p>ب) $B \times A = \{(-1, 2), (0, 2), (1, 2), (-1, 4), (0, 4), (1, 4)\}$ (۰/۵)</p>	
---	--	--

۷	<p>$A_1 = [-1, 1]$ $A_2 = [-2, 0]$ $A_3 = [-3, -1]$ $A_4 = [-4, -2]$ (۰/۵)</p> <p>$\bigcup_{i=1}^4 A_i = [-4, 1]$ (۰/۲۵) $\bigcap_{i=1}^4 A_i = \emptyset$ (۰/۲۵)</p>	
---	---	--

۸	<p>$[(A-B) \cup (B-A)] \cup (A \cap B) = [(A \cap B') \cup (B \cap A')] \cup (A \cap B) =$ (۰/۲۵)</p> <p>$(A \cap B') \cup [(B \cap (A \cup A'))] = (A \cap B') \cup B = (A \cup B) \cap (B \cup B') = (A \cup B)$ (۰/۲۵)</p>	
---	---	--

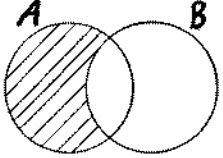
۹	<p>$(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow xt = yz$</p> <p>۱) $(x, y) R (x, y) \Rightarrow xy = xy$ (۰/۲۵) بازتابی است.</p> <p>۲) $(x, y) R (z, t) \Rightarrow xt = yz \Rightarrow zy = tx \Rightarrow (z, t) R (x, y)$ (۰/۲۵) تقارنی است</p> <p>۳) $\left\{ \begin{array}{l} (x, y) R (z, t) \Rightarrow xt = yz \\ (z, t) R (e, f) \Rightarrow zf = te \end{array} \right\} \Rightarrow (xt)(zf) = (yz)(te) \Rightarrow xf = ye \Rightarrow (x, y) R (e, f)$</p> <p>تعدی است (۰/۲۵) پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>(ب)</p> <p>$[(-3, 2)] = \{(x, y) \in Z - \{(0, 0)\} (x, y) R (-3, 2)\} = \{(x, y) 2x = -3y \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x\}$ (۰/۵)</p>	
---	--	--

۱۰	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵)	۰/۷۵
«ادامه در صفحه‌ی سوم»		

باسمه تعالی

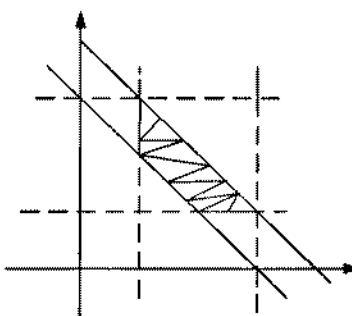
ساعت شروع : ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱ / ۳ / ۱۳۹۲		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۲

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱		۱۱
---	---	----

۱/۵	<p>احتمال وقوع عددی فرد $a =$</p> $a + 2a + a + 2a + a + 2a = 1 \Rightarrow 9a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{9} \quad (0/25)$ <p>احتمال وقوع عددی کمتر از ۵:</p> $A = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow p(A) = a + 2a + a + 2a = 6a = 6\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{2}{3} \quad (0/25)$	۱۲
-----	--	----

۱/۵	$S = \{ddd, ddp, dpd, pdd, ppp, ppd, pdp, dpp\} \Rightarrow n(s) = 8 \quad (0/5)$ $A = \{ppp, ppd, pdp, dpp\} \Rightarrow n(A) = 4 \Rightarrow p(A) = \frac{4}{8} \quad (0/5)$ $B = \{ddd, ddp, dpd, dpp\} \Rightarrow n(B) = 4 \Rightarrow P(B) = \frac{4}{8} \quad (0/5)$	۱۳
-----	---	----

۲	$S = \{(x, y) \mid 1 < x < 3, 1 < y < 3\} \quad (0/25)$ $A = \{(x, y) \mid 3 < x + y < 4\} \quad (0/25)$  $p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{4 - (\frac{1}{2} + 2)}{4} = \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{3}{8} \quad (0/75)$ <p>رسم شکل (۰/۷۵)</p>	۱۴
---	--	----

«ادامه در صفحه‌ی چهارم»

باسمه تعالی

ساعت شروع : ۸ صبح	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱ / ۳ / ۱۳۹۲		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۲

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۲	$A = (A - B) \cup (A \cap B) \quad (0/5) \Rightarrow P(A) = P[(A - B) \cup (A \cap B)] \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">و $(A \cap B)$ دوپیشامد ناسازگارند زیرا:</p> $(A - B) \cap (A \cap B) = (A \cap B') \cap (A \cap B) = A \cap (B \cap B') = \phi \quad (0/5)$ $P(A) = P(A - B) + P(A \cap B) \quad (0/25) \Rightarrow P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) \quad (0/5)$	۱۵
۲۰	جمع نمره	

صحیحین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۶ / ۶ / ۱۳۹۲		تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۲		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $P(n): 1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$	۱/۵
۲	در یک کلاس ۳۰ نفری حداقل چند دانش آموز در یک روز هفته متولد شده اند؟ چرا؟	۱/۲۵
۳	اگر x عددی حقیقی و مثبت باشد، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $x + \frac{1}{x} \geq 2$	۱/۲۵
۴	با استفاده از برهان خلف، نشان دهید اگر n^2 عددی فرد باشد، آنگاه n نیز فرد است.	۱/۵
۵	مجموعه های $A = \{1, 3\}$ و $B = \{-1, 0, 2\}$ مفروضند: الف) $(A \times B)$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید. ب) نمودار $(A \times B)$ را رسم کنید.	۱/۵
۶	مقادیر x و y را طوری بیابید که دو زوج مرتب $(3, x^2 - y^2)$ و $(y, x - 15)$ با هم برابر باشند.	۱
۷	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: $A - B = A - (A \cap B)$	۱/۵
۸	رابطه ی R روی R^2 به صورت زیر تعریف شده است: $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow (y - t) = 3(x - z)$ الف) نشان دهید که R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(2, 3)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
۹	تمام ترکیبات دورقمی بدون تکرار، مجموعه ی اعداد $\{1, 2, 3\}$ را روی کارت های مختلف نوشته ایم (هر ترکیب روی یک کارت)، یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم مطلوب است: الف) فضای نمونه ای ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت زوج باشد. ج) پیشامد B که در آن روی کارت عددی اول باشد.	۲
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۶ / ۶ / ۱۳۹۲	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه ۱۳۹۲		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	نقطه ای به تصادف درون مربعی به ضلع ۲ واحد در نظر می گیریم، مطلوب است احتمال آن که فاصله آن نقطه از هر راس مربع بیشتر از $\frac{1}{2}$ باشد.	۱/۵
۱۱	تاس سالمی را ۵ بار پرتاب می کنیم مطلوب است احتمال آن که ۳ بار عدد زوج بیاید.	۰/۷۵
۱۲	سه دونه A و B و C با هم مسابقه می دهند، اگر احتمال برد A با B برابر باشد و احتمال برد هر کدام از آنها ۲ برابر برد C باشد، احتمال آنکه B یا C برنده شود چقدر است؟	۱/۲۵
۱۳	از مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 1000\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال این که عدد انتخابی بر ۳ و یا بر ۵ یا بر هر دو بخش پذیر باشد چقدر است؟	۲
۱۴	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ی S اگر $A \subseteq B$ ثابت کنید: $P(B - A) = P(B) - P(A)$	۱/۵
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳۹۲ / ۶ / ۱۶		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۲

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$P(1): 1 = \frac{1(1+1)}{2} \Rightarrow 1 = 1 \quad (0/25)$ $P(K): 1+2+3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2} \quad (0/25)$ $P(K+1): 1+2+3 + \dots + k+(k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \quad (0/25)$ $P(K+1): 1+2+3 + \dots + k+(k+1) = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \quad (0/25)$ $= \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \quad (0/5)$	۱/۵
۲	<p>اگر ۳۰ نفر دانش آموز به منزله کبوتران و روزهای هفته به منزله لانه ها باشند (۰/۲۵)</p> $\frac{30}{28} \left \begin{array}{l} v \\ f \end{array} \right. \Rightarrow f+1=5 \quad (0/5)$ <p>بنا به اصل لانه کبوتری حداقل ۵ نفر از دانش آموزان در یک روز هفته متولد شده اند. (۰/۵)</p>	۱/۲۵
۳	$x + \frac{1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow x^2 + 1 \geq 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0 \quad (0/5)$ <p>درستی عبارت بدیهی است. بنابراین تمامی روابط برگشت پذیر است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۴	<p>فرض می کنیم n فرد نباشد پس زوج است (فرض خلف) (۰/۵)</p> $n = 2k \Rightarrow n^2 = 4k^2 \Rightarrow n^2 = 2(2k^2) = 2k' \quad (0/5)$ <p>به تناقض رسیدیم پس فرض خلف باطل و حکم صحیح است. (۰/۵)</p>	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۶ / ۶ / ۱۳۹۲		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۲

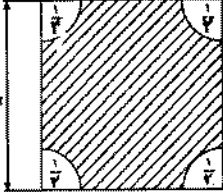
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۵	<p>الف) $A \times B = \{(3,2)(3,0)(3,-1)(1,2)(1,0)(1,-1)\}$ (./۷۵)</p> <p>رسم (۰/۷۵)</p>	۵
۱	$\begin{cases} x^2 - y^2 = 15 \Rightarrow (x-y)(x+y) = 15 \Rightarrow 2(x+y) = 15 \Rightarrow x+y = 5 & (./۵) \\ x-y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y = 5 \\ x-y = 3 \end{cases} \Rightarrow x=4, y=1 \quad (./۲۵) \quad (./۲۵)$	۶
۱/۵	$A - (A \cap B) = A \cap (A \cap B)' = A \cap (A' \cup B') = (A \cap A') \cup (A \cap B') = \Phi \cup (A \cap B') = (A \cap B') = (A - B)$ <p>(./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵)</p>	۷
۱/۵	<p>$(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow (y-t) = 2(x-z)$</p> <p>۱) $(x, y) R(x, y) \Rightarrow (y-y) = 2(x-x)$ (./۲۵) بازتابی.</p> <p>۲) $(x, y) R(z, t) \Rightarrow (y-t) = 2(x-z) \Rightarrow (t-y) = 2(z-x) \Rightarrow (z, t) R(x, y)$ (./۲۵) تقارنی</p> <p>۳) $\left. \begin{aligned} (x, y) R(z, t) &\Rightarrow (y-t) = 2(x-z) \\ (z, t) R(e, f) &\Rightarrow (t-f) = 2(z-e) \end{aligned} \right\} \Rightarrow y-t+t-f = 2(x-z) + 2(z-e) \Rightarrow$</p> <p>$(y-f) = 2(x-e) \Rightarrow (x, y) R(e, f)$</p> <p>تعدی (۰/۲۵)</p> <p>پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>(ب)</p> <p>$[(2, 3)] = \{(x, y) \in R^2 \mid (x, y) R(2, 3)\} = \{(x, y) \mid y-3 = 2(x-2) \Rightarrow y = 2x-3\}$ (./۵)</p>	۸
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳۹۲ / ۶ / ۱۶		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۲	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۲	الف) $S = \{12, 13, 21, 31, 22, 32\}$ (۰/۵) ب) $A = \{12, 32\}$ (۰/۷۵) ج) $B = \{13, 31, 23\}$ (۰/۷۵)	۹
---	---	---

۱/۵	در چهار گوشه مربع چهار ربع دایره به شعاع $\frac{1}{2}$ و به مرکز رئوس های مربع داریم که دایره ای به شعاع $\frac{1}{2}$ را تشکیل می دهند: (۰/۵)	۱۰
	 $a_S = 2 \times 2 = 4 \quad (۰/۲۵)$ $a_A = 4 - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \pi\right) = 4 - \frac{\pi}{4} \quad (۰/۲۵)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{4 - \frac{\pi}{4}}{4} = \frac{16 - \pi}{16} \quad (۰/۵)$	

۰/۷۵	$P(A) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{5}{2}} = \frac{10}{22} = \frac{5}{11} \quad (۰/۲۵)$	۱۱
------	--	----

۱/۲۵	$P(C) = x$ $P(A) = P(B) = 2x \quad (۰/۲۵)$ $P(A) + P(B) + P(C) = 1 \Rightarrow 2x + 2x + x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{2}{5}, P(C) = \frac{1}{5}$ $P(B \cup C) = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \quad (۰/۵)$	۱۲
------	---	----

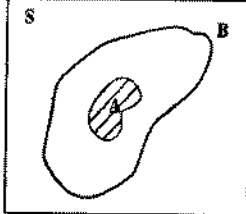
«ادامه در صفحه‌ی چهارم»		
-------------------------	--	--

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳۹۲ / ۶ / ۱۶		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۲

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۲	<p>اگر A پیشامد بخش پذیر بودن عدد انتخابی بر ۳ و B پیشامد بخش پذیر بودن عدد انتخابی بر ۵ باشد آنگاه:</p> $P(A) = \frac{۳۳۳}{۱۰۰۰} \quad (۰/۵)$ $P(B) = \frac{۲۰۰}{۱۰۰۰} \quad (۰/۵)$ $P(A \cap B) = \frac{۶۶}{۱۰۰۰} \quad (۰/۵)$ $P(A \cup B) = \frac{۳۳۳}{۱۰۰۰} + \frac{۲۰۰}{۱۰۰۰} - \frac{۶۶}{۱۰۰۰} = \frac{۴۶۷}{۱۰۰۰} \quad (۰/۲۵)$	۱۳
---	--	----

۱/۵	 <p style="text-align: right;">می دانیم $(۰/۲۵) B = (B - A) \cup A$ همچنین A و $(B - A)$ دو پیشامد از هم جدا هستند زیرا: بنابراین:</p> $(۰/۵) A \cap (B - A) = \Phi$ $P(B) = P(B - A) + P(A) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A) \quad (۰/۵)$	۱۴
-----	---	----

مصحبین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۳ / ۱۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $(1 + \sqrt{3})^n \geq 1 + n\sqrt{3}$	۱/۲۵
۲	کدام یک از عبارات های زیر درست و کدام یک نادرست است؟ (با ذکر دلیل) الف) اگر a, b دو عدد صحیح و فرد به طوری که هر دو مضربی از ۵ باشند آنگاه مجموع آنها مضرب ۱۰ است. ب) اگر a یک عدد حقیقی و $a^2 > 0$ آنگاه $a > 0$ است. پ) اگر a, b, c اعداد طبیعی باشند آنگاه $b\sqrt{ac}$ یک عدد گنگ است.	۱/۷۵
۳	۵۰ عدد طبیعی متمایز را در نظر گرفته و هر یک از این اعداد را بر عدد ۲۴ تقسیم کرده ایم، حداقل چند تا از آن ها باقیمانده ی یکسانی را بر ۲۴ خواهند داشت و چرا؟	۱
۴	اگر a, b, c سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید: $a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c)$	۰/۷۵
۵	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر n یک عدد طبیعی و $(\Delta n + 3)$ زوج باشد آنگاه n یک عدد فرد است.	۰/۷۵
۶	مجموعه های $A = \{2^k \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 2\}$ و $B = \{x^y \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 2\}$ مفروضند: الف) A, B را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) $A \Delta B$ را مشخص کنید. ج) $(A \Delta B) \times A$ را مشخص کرده و نمودار آن را رسم کنید.	۲
۷	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: الف) $(C \cap A \cap B) \cup (A - C) \cup (A - B) = A$ ب) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$	۲
۸	رابطه ی R روی R^2 به صورت زیر تعریف شده است: $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ab = cd$ الف) نشان دهید که این رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۱۰ / ۳ / ۱۳۹۱	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۹	یک طرف سکه ی سالمی عدد ۱ و در طرف دیگر آن عدد ۲ نوشته ایم، این سکه را ۳ بار پرتاب می کنیم: الف) فضای نمونه ای این تجربه ی تصادفی را بنویسید. ب) پیشامد A، که در آن مجموع اعداد ظاهر شده در پرتاب اول و دوم برابر ۳ باشد را مشخص کنید. پ) پیشامد B، که در آن عدد ظاهر شده در پرتاب دوم برابر ۱ باشد را بنویسید. ت) پیشامد آن که B رخ دهد ولی A رخ ندهد را تعیین کنید.	۲
۱۰	درون کیسه ای ۵ مهره ی سفید و ۶ مهره ی سیاه و ۴ مهره ی قرمز وجود دارد، از این کیسه ۳ مهره با هم به تصادف خارج می کنیم، مطلوب است: الف) احتمال آن که دقیقاً ۲ تا از مهره های خارج شده سفید باشند. ب) احتمال آن که مهره های خارج شده از ۳ رنگ مختلف باشند.	۱/۵
۱۱	تاس سالمی را ۱۲ بار پرتاب می کنیم، احتمال آن که ۴ بار عدد فرد روی تاس ظاهر شده باشد، چقدر است؟	۰/۱۷۵
۱۲	سه نفر دونده a، b، c در یک مسابقه شرکت می کنند، احتمال برد a نصف احتمال برد b و احتمال برد b احتمال برد c است: الف) احتمال برد هر یک از دونده ها را بیابید. ب) احتمال آن که b یا c برنده شوند را تعیین کنید.	۱/۷۵
۱۳	تیری را به سمت هدفی مربع شکل به ضلع ۴ پرتاب می کنیم. احتمال آن را بیابید که نقطه ی اصابت تیر درون دایره ای به شعاع ۰/۵ که مرکز آن منطبق بر مرکز مربع است، قرار بگیرد.	۱/۵
۱۴	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند به طوری که داشته باشیم $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ مطلوب است محاسبه ی $P(A - B)$.	۱/۵
	جمع نمره	۲۰
	« موفق باشید »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۳ / ۱۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	$p(1): 1 + \sqrt{3} \geq 1 + \sqrt{3} \quad (0/25) \quad p(2): (1 + \sqrt{3})^2 \geq 1 + 2\sqrt{3}$ $p(k): (1 + \sqrt{3})^k \geq 1 + k\sqrt{3}$ $p(k+1): (1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq 1 + (k+1)\sqrt{3} \quad (0/25)$ <p>دو طرف فرض را در $1 + \sqrt{3}$ ضرب می کنیم.</p> $(1 + \sqrt{3})^k (1 + \sqrt{3}) \geq (1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \quad (0/25)$ $(1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq (1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3})$ $(1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \geq 1 + (k+1)\sqrt{3} \quad (0/25)$ $\Rightarrow 1 + \sqrt{3} + k\sqrt{3} + 3k \geq 1 + k\sqrt{3} + \sqrt{3} \Rightarrow 3k \geq 0 \quad (0/25)$ <p>باید ثابت کنیم: بدیهی است</p>	۱/۲۵
---	---	------

۲	$\left. \begin{matrix} a = 5q \\ b = 5t \end{matrix} \right\} \Rightarrow a + b = 5q + 5t = 5(q + t) = 5(2k) = 10k \quad (0/25)$ <p>الف) درست است</p> <p>جمع دو عدد فرد زوج است (۰/۲۵)</p> <p>الف) راه حل دوم:</p> $\left. \begin{matrix} a = 5(2t + 1) \\ b = 5(2t' + 1) \end{matrix} \right\} \Rightarrow a + b = 5(2t + 1) + 5(2t' + 1) = 10(t + t' + 1) = 10k \quad (0/25)$ <p>ب) نادرست است. (۰/۲۵)</p> <p>پ) نادرست است. (۰/۲۵)</p> $\left. \begin{matrix} a = 2 \\ b = 5 \\ c = 2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow b\sqrt{ac} = 5\sqrt{4} = 10 \quad (0/25)$ <p>گنگ نیست (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
---	---	------

۳	<p>هر عدد یک کیبوتر (۰/۲۵) $m = 50$</p> <p>هر باقیمانده بر ۲۴ یک لانه (۰/۲۵) $n = 24$</p> <p>طبق اصل لانه کیبوتری (۰/۲۵) $50 = 2 \times 24 + 2$ پس حداقل در یکی از لانه ها (۰/۲۵) $2 + 1 = 3$ کیبوتر خواهد بود. یعنی حداقل ۳ عدد باقیمانده یکسان بر ۲۴ دارند.</p>	۱
---	---	---

۴	$a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2a + 2b + 2c \Leftrightarrow$ $a^2 + b^2 + c^2 + 1 + 1 + 1 - 2a - 2b - 2c \geq 0 \Leftrightarrow (0/25)$ $(a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) + (c^2 - 2c + 1) \geq 0 \Leftrightarrow (0/25)$ $(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 \geq 0$ <p>عبارت همواره درست است و بر طبق استدلال برگشتی برقرار می باشد. (۰/۲۵)</p>	۰/۲۵
---	--	------

باسمه تعالی

ساعت شروع : ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۳ / ۱۰		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵	<p>(۰/۲۵) $n \neq 2k + 1 \Rightarrow n = 2k$ فرض خلف</p> <p>(۰/۲۵) $5n + 2 = 5(2k) + 2 = 10k + 2 = 2(5k + 1) + 1 = 2q + 1$ (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵)</p> <p>این تناقض نشان می دهد که فرض خلف نادرست است.</p>	۰/۷۵
۶	<p>(۰/۲۵) $A = \{2, 4\}$, $B = \{1, 4, 9\}$ (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۵) $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{2, 4, 1, 9\} - \{4\} = \{2, 1, 9\}$</p> <p>(۰/۵) $(A \Delta B) \times A = \{2, 1, 9\} \times \{2, 4\} = \{(2, 2), (2, 4), (1, 2), (1, 4), (9, 2), (9, 4)\}$</p> <p>رسم نمودار مختصاتی آن (۰/۵)</p>	۲
۷	<p>(الف) $(C \cap A \cap B) \cup (A - C) \cup (A - B) = (C \cap A \cap B) \cup (A \cap C') \cup (A \cap B') =$ (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵) $A \cap [(C \cap B) \cup (C' \cup B')] = A \cap [(C \cap B) \cup (C \cap B)'] = A \cap U = A$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $A \subseteq B \Rightarrow (A \cup B) = B$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (A \cup B)' = B'$ (۰/۲۵) \Rightarrow</p> <p>(۰/۲۵) $A' \cap B' = B' \Rightarrow B' \subseteq A'$ (۰/۲۵)</p>	۲
۸	<p>(الف) رابطه ی بازتابی (۰/۲۵) $\forall (a, b) \in R^2, (a, b) R (a, b) \Rightarrow ab = ab$</p> <p>$(a, b) R (c, d) \Rightarrow (c, d) R (a, b)$</p> <p>(۰/۲۵) رابطه ی تقارنی $(a, b) R (c, d) \Rightarrow ab = cd \Rightarrow cd = ab \Rightarrow (c, d) R (a, b)$</p> <p>(۰/۵) $\left. \begin{matrix} (a, b) R (c, d) \\ (c, d) R (e, f) \end{matrix} \right\} \Rightarrow (a, b) R (e, f)$</p> <p>(۰/۵) $\left. \begin{matrix} ab = cd \\ cd = ef \end{matrix} \right\} \Rightarrow ab = ef \Rightarrow (a, b) R (e, f)$ رابطه تعدی</p> <p>هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است.</p> <p>ب) $[(-1, 2)] = \{(x, y) (x, y) R (-1, 2)\} \Rightarrow \{(x, y) xy = -2\}$ (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵)</p>	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

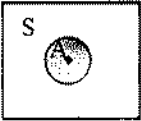
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۰ / ۳ / ۱۳۹۱	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	<p>الف) $S = \{(1,1,1), (1,1,2), (1,2,1), (2,1,1), (1,2,2), (2,1,2), (2,2,1), (2,2,2)\}$ (۰/۷۵)</p> <p>ب) $A = \{(1,2,1), (1,2,2), (2,1,1), (2,1,2)\}$ (۰/۵)</p> <p>پ) $B = \{(1,1,1), (1,1,2), (2,1,1), (2,1,2)\}$ (۰/۵)</p> <p>ت) $B - A = \{(1,1,1), (1,1,2)\}$ (۰/۲۵)</p>	
۱۰	<p>الف) $p(A) = \frac{C(5,2) \times C(10,1)}{C(15,3)} = \frac{100}{455} = \frac{20}{91}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $p(B) = \frac{C(5,1) \times C(6,1) \times C(4,1)}{C(15,3)} = \frac{120}{455} = \frac{24}{91}$ (۰/۲۵)</p>	
۱۱	<p>$p(A) = \frac{\binom{n}{k}}{2^n} = \frac{\binom{12}{4}}{2^{12}}$ (۰/۲۵)</p>	
۱۲	<p>$p(a) + p(b) + p(c) = 1$ (۰/۲۵)</p> <p>$p(a) = \frac{1}{3} p(b)$</p> <p>$p(b) = \frac{1}{3} p(c)$</p> <p>$p(c) = x$</p> <p>$\frac{1}{6}x + \frac{1}{3}x + x = 1 \Rightarrow x = \frac{6}{9}$ (۰/۲۵)</p> <p>الف) $p(a) = \frac{1}{9}$, $p(b) = \frac{2}{9}$, $p(c) = \frac{6}{9}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $p\{b, c\} = p(b) + p(c) = \frac{2}{9} + \frac{6}{9} = \frac{8}{9}$ (۰/۲۵)</p>	
	« ادامه در صفحه ی چهارم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۳ / ۱۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			
۱۳	 <p>شکل (۰/۵) ۲</p> $p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{\frac{1}{4} \pi}{16} = \frac{\pi}{64} \quad (۰/۲۵)$	(۰/۲۵)	
۱۴	$P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \quad (۰/۲۵)$ $\frac{2}{3} = p(A) - p(A \cap B) + \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$ $\frac{2}{3} = p(A - B) + \frac{1}{4} \Rightarrow p(A - B) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12} \quad (۰/۲۵)$		
۲۰	جمع نمره	—	« موفق باشید »

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۵ / ۲۵	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در مرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + n(n-1) = n^2(n+1)$	۱/۵
۲	با استدلال استنتاجی ثابت کنید که اگر x یک عدد صحیح و مضرب ۳ باشد، آنگاه $x(x+3)$ مضرب ۱۸ است.	۱
۳	می دانیم که $\sqrt{2}$ گنگ است، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{1+\sqrt{2}}$ نیز گنگ می باشد.	۱
۴	اگر a, b اعداد حقیقی باشند بطوریکه $(ab < 0)$ ، ثابت کنید: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2$	۱
۵	مدرسه ای ۶۰۱ نفر دانش آموز دارد، حداقل چند نفر از آنها ماه تولدشان یکسان است و چرا؟	۱
۶	اگر $A = \{2^n \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 4\}$ و $B = \{2k+1 \mid k \in \mathbb{Z}, k \leq 1\}$ دو مجموعه باشند: الف) A, B را با نوشتن عضوها مشخص کنید و سپس اعضای $A \times B$ را بنویسید. ب) اگر R یک رابطه از A در B به صورت زیر باشد: $R = \{(x, y) \in A \times B \mid x+y < 6\}$ عضوهای رابطه ی R را مشخص کنید.	۱/۷۵
۷	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: $(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$	۱
۸	اگر $A_n = \{x \in \mathbb{Z} \mid -n \leq x \leq n\}$ مطلوبست: $A_7 - (A_1 \cap A_7)$	۱/۲۵
۹	رابطه ی R روی \mathbb{R}^2 به صورت زیر تعریف شده است: $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow x^2 - z^2 = y - t$ الف) نشان دهید رابطه ی R هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
۱۰	یک سکه و یک تاس سالم را با هم پرتاب می کنیم. الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را بنویسید. ب) پیشامد A که در آن سکه پشت و عدد تاس بزرگتر از ۳ باشد را مشخص کنید. پ) پیشامد B که در آن سکه رو و عدد تاس زوج باشد را بنویسید. ت) پیشامد $A' \cap B'$ را بنویسید.	۲
	"ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم"	

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۵ / ۲۵		سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در مرداد ماه سال ۱۳۹۱	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	کیسه ای شامل ۵ مهره ی سفید و ۶ مهره ی سیاه است. از این کیسه ۳ مهره با هم به تصادف بیرون می آوریم، مطلوبست احتمال آنکه حداقل ۲ مهره ی سفید خارج شده باشد.	۱/۵
۱۲	اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه ای یک تجربه ی تصادفی باشد و داشته باشیم: $p(a) = 3p(b)$, $p(c) = \frac{1}{4}$, $p(d) = \frac{1}{8}$ مطلوبست محاسبه ی $p(a')$ و $p(b)$.	۱/۲۵
۱۳	آزمونی شامل ۱۵ سؤال دو گزینه ای (درست - غلط) می باشد، دانش آموزی بطور تصادفی به همه سؤالات این آزمون پاسخ می دهد، احتمال آنکه دقیقاً به ۷ سؤال پاسخ درست داده باشد، چقدر است؟	۰/۷۵
۱۴	دو عدد حقیقی به تصادف از بازه ی $[-1, 2]$ انتخاب می کنیم، احتمال آنکه مجموع این دو عدد مثبت باشد را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۵	از مجموعه ی اعداد $\{1, 2, \dots, 1000\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم: الف) احتمال آنکه عدد انتخابی بر ۳ یا ۵ بخش پذیر باشد را بیابید. ب) احتمال آنکه عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد را بیابید.	۲
	«موفق باشید»	۲۰
	جمع نمره	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۵ / ۲۵	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در مرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

مصححین گرامی لطفاً به توضیحات صفحه چهار راهنمای تصحیح توجه نمایند.

۱	$p(1) : 1 \times 2 = 1^2(1+1) \quad (0/25)$ $p(k) : 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k(2k-1) = k^2(k+1) \quad (0/25) \quad \text{فرض استقراء}$ $p(k+1) : 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k(2k-1) + (k+1)(2k+2) = (k+1)^2(k+2) \quad (0/25) \quad \text{حکم استقراء}$ $= k^2(k+1) + (k+1)(2k+2) = (k+1)(k^2 + 2k + 2) = (k+1)(k+1)(k+2) = (k+1)^2(k+2) \quad (0/5)$	۱/۵
۲	$x(x+2) = 2q(2q+2) = 4q(q+1) = 4(2t) = 18t \quad (0/25)$ $x(x+2) = 18t \quad (0/5)$ <p>ضرب دو عدد متوالی همیشه زوج است</p>	۱
۳	<p>فرض: $\sqrt{2}$ گنگ</p> <p>فرض خلف: $\sqrt{1+\sqrt{2}} = a$ گویا $\Rightarrow 1+\sqrt{2} = a^2 \Rightarrow \sqrt{2} = a^2 - 1$ گویا گنگ</p> <p>تفریق دو عدد گویا همواره گویا است (این تناقض نشان می دهد که خلاف حکم برقرار نمی باشد) (0/25)</p>	۱
۴	$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2 \Leftrightarrow \frac{a^2 + b^2}{ab} \leq -2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq -2ab \Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ <p>عبارت همواره درست است و تمام مراحل بازگشت پذیر می باشند. (0/25)</p>	۱
۵	$m = 601 = 50 \times 12 + 1 \quad (0/25)$ <p>$m =$ تعداد کبوتر = ۶۰۱ (0/25)</p> <p>$n =$ تعداد لانه = ۱۲</p> <p>طبق اصل لانه کبوتری حداقل در یکی از لانه ها $50+1=51$ کبوتر خواهد بود (0/25). یعنی حداقل ۵۱ دانش آموز ماه تولد یکسان را دارند. (0/25)</p>	۱
۶	<p>الف) $A = \{2, 4, 8\}$ (0/25) , $B = \{-1, 1, 3\}$ (0/25)</p> $A \times B = \left\{ \begin{matrix} (2, -1), (2, 1), (2, 3) \\ (4, -1), (4, 1), (4, 3) \\ (8, -1), (8, 1), (8, 3) \end{matrix} \right\} \quad (0/75) \quad \text{نمره (هر سه زوج نوشته شده (0/25))}$ <p>ب) $R = \left\{ \begin{matrix} (2, -1), (2, 1) \\ (2, 3), (4, -1), (4, 1) \end{matrix} \right\} \quad (0/5)$</p>	۱/۷۵
« ادامه ی پاسخنامه در صفحه ی دوم »		

باسمه تعالی

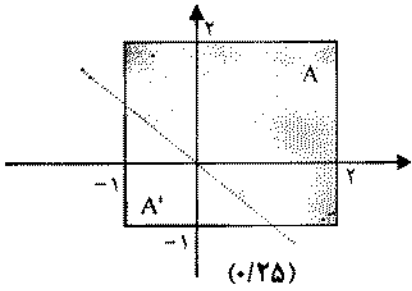
ساعت شروع : ۹ صبح	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۵ / ۲۵		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در مرداد ماه سال ۱۳۹۱
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

مصححین گرامی لطفاً به توضیحات صفحه چهار راهنمای تصحیح توجه نمایند.

۱	$(A \cup B) - (B \cup C) = (A \cup B) \cap (B \cup C)' = (A \cup B) \cap (B' \cap C') = [(A \cup B) \cap B'] \cap C' =$ $[(A \cap B') \cup \phi] \cap C' = (A \cap B') \cap C' = (A - B) - C$	۲
۱/۲۵	$A_1 = \{-1, 0, 1\} \quad (0/25)$ $A_2 = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad (0/25)$ $A_3 = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \quad (0/25)$ $A_1 \cap A_2 = \{-1, 0, 1\} \quad (0/25)$ $A_3 - (A_1 \cap A_2) = \{-2, 2\} \quad (0/25)$	۸
۱/۵	<p>(الف) $\forall (x, y) \in R^2, (x, y) R(x, y) \Rightarrow x^2 - x^2 = y - y$ رابطه‌ی بازتابی (۰/۲۵)</p> <p>$(x, y) R(z, t) \Rightarrow (z, t) R(x, y)$</p> <p>$(x, y) R(z, t) \Rightarrow x^2 - z^2 = y - t \Rightarrow z^2 - x^2 = t - y \Rightarrow (z, t) R(x, y)$ رابطه‌ی تقارنی (۰/۲۵)</p> <p>$(x, y) R(z, t) \Rightarrow (x, y) R(e, f)$</p> <p>$(z, t) R(e, f) \Rightarrow x^2 - z^2 = y - t \Rightarrow x^2 - e^2 = y - f \Rightarrow (x, y) R(e, f)$ رابطه‌ی تعدی (۰/۵)</p> <p>هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است.</p> <p>(ب) $[(-1, 2)] = \{(x, y) (x, y) R(-1, 2)\} \Rightarrow \{(x, y) x^2 - 1 = y - 2\} = \{(x, y) y = x^2 + 1\}$ (۰/۲۵)</p>	۹
۲	<p>(الف) $S = \{(r, 1), (r, 2), (r, 3), (r, 4), (r, 5), (r, 6)\} \cup \{(p, 1), (p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 5), (p, 6)\}$ (۰/۵)</p> <p>(ب) $A = \{(p, 4), (p, 5), (p, 6)\}$ (۰/۵)</p> <p>(پ) $B = \{(r, 2), (r, 4), (r, 6)\}$ (۰/۵)</p> <p>(ت) $A' \cap B' = (A \cup B)' = \{(p, 1), (p, 2), (p, 3), (r, 1), (r, 3), (r, 5)\}$ (۰/۵)</p>	۱۰
۱/۵	<p>$n(S) = \binom{11}{3} = 165$ (۰/۲۵) $n(A) = \binom{5}{2} \binom{6}{1} + \binom{5}{3} = 70$ (۰/۲۵)</p> <p>$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (0/25) \Rightarrow p(A) = \frac{70}{165} = \frac{14}{33}$ (۰/۲۵)</p>	۱۱
« ادامه پاسخنامه در صفحه ی سوم »		

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۵ / ۲۵	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در مرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش	http://aee.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

مصححین گرامی لطفاً به توضیحات صفحه چهار راهنمای تصحیح توجه نمایند.

۱۲	$p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1 \quad (./۲۵)$ $۲p(b) + p(b) + \frac{1}{۲} + \frac{1}{۸} = 1 \Rightarrow p(b) = \frac{۳}{۲۲} \quad (./۲۵)$ $p(a) = \frac{۹}{۲۲} \Rightarrow p(a') = 1 - \frac{۹}{۲۲} = \frac{۱۳}{۲۲} \quad (./۲۵)$	
۱۳	$p(A) = \frac{\binom{n}{k}}{۲^n} = \frac{\binom{۱۵}{۷}}{۲^{۱۵}} \quad (./۲۵)$	
۱۴	$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 2\}$ $A = \{(x, y) \in S \mid x + y > 0\} \quad (./۲۵)$ $a_S = 9 \quad (./۲۵)$ $a_{A'} = \frac{۲ \times ۲}{۲} = ۲ \quad (./۲۵) \Rightarrow a_A = 9 - ۲ = ۷ \quad (./۲۵)$ $p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{۷}{۹} \quad (./۲۵)$ 	
۱۵	<p>A: عدد مضرب ۳ باشد $n(S) = ۱۰۰۰ \quad (./۲۵) \quad n(A) = \left[\frac{۱۰۰۰}{۳} \right] = ۳۳۳ \quad (./۲۵)$</p> <p>B: عدد مضرب ۵ باشد $n(B) = \left[\frac{۱۰۰۰}{۵} \right] = ۲۰۰ \quad (./۲۵) \quad n(A \cap B) = \left[\frac{۱۰۰۰}{۱۵} \right] = ۶۶ \quad (./۲۵)$</p> <p>(الف)</p> $P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \quad (./۲۵)$ $p(A \cup B) = \frac{۳۳۳}{۱۰۰۰} + \frac{۲۰۰}{۱۰۰۰} - \frac{۶۶}{۱۰۰۰} = \frac{۴۶۷}{۱۰۰۰} \quad (./۲۵)$ <p>(ب)</p> $p(A - B) = p(A) - p(A \cap B) \quad (./۲۵)$ $p(A - B) = \frac{۳۳۳}{۱۰۰۰} - \frac{۶۶}{۱۰۰۰} = \frac{۲۶۷}{۱۰۰۰} \quad (./۲۵)$	
۲۰	جمع نمره	

با عرض خسته نباشید حضور همکاران گرامی، لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمائید.

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۵ / ۲۵	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در مرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	صفحه چهار راهنمای تصحیح	نمره

با توجه به مشکل جابجایی پرانتزها در نایب سوال ۱۲، چنانچه دانش آموزی مسأله را تشخیص داده و حل نموده

است، بارم طبق راهنمای تصحیح منظور گردد. در غیر اینصورت سوال ۱۲ حذف و بارم آن به شرح ذیل توزیع گردد:

۱) در سوال ۱۱ بارم $0/75$ به ۱ نمره تغییر یابد (بارم سوال $1/75$ نمره)

۲) در سوال ۱۳ بارم $0/75$ به ۱ نمره تغییر یابد (بارم سوال ۱ نمره)

۳) در سوال ۱۴، $0/25$ به شکل و $0/25$ به قسمت S اضافه شود (بارم سوال ۲ نمره)

۴) در سوال ۱۵، $0/25$ به فرمول قسمت ب اضافه شود (بارم سوال $2/25$ نمره)

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸/۳۰ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۱۰ / ۱۳		سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با یکی از کلمات (شهودی - تمثیلی - استقرایی - استنتاجی) کامل کنید: الف) استدلال روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات است. ب) استدلال روش نتیجه گیری کلی با استفاده از حقایقی است که درستی آنها را پذیرفته ایم.	۰/۵
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$	۱/۲۵
۳	کدام یک از عبارات های زیر درست و کدام یک نادرست است؟ برای عبارات های نادرست مثال نقض بیاورید. الف) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گویاست. ب) مربع هر عدد فرد به اضافه یک، عددی زوج است. پ) برای هر عدد طبیعی n آنگاه $2^n + 3$ عددی اول است.	۱/۲۵
۴	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض اند، ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۱
۵	اگر a, b دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $2a^2 + b^2 + 1 \geq 2(a - ba)$	۱
۶	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر $\sqrt{3}$ گنگ باشد آنگاه $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ نیز عددی گنگ است.	۱
۷	مجموعه های $A = \{2k+1 k \in Z, -2 < k < 2\}$ و $B = \{x \in N x^2 \leq 4\}$ مفروضند: الف) مجموعه های A, B را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) اعضای مجموعه $A \Delta B$ را معین کنید. ج) اعضای مجموعه $B^2 - (A \times B)$ را مشخص کنید.	۲
۸	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: $(A - B) \cap (B - A) = \Phi$	۱/۵
۹	رابطه ی R روی $Z^2 - \{(0,0)\}$ به صورت زیر تعریف شده است: $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow x^2 + 5y^2 = z^2 + 5t^2$ الف) نشان دهید که R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-2, 1)]$ را مشخص کنید.	۲
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸/۳۰ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۱۰ / ۱۳		سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱	

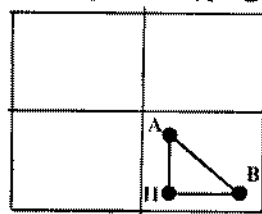
ردیف	سوالات	نمره
۱۰	در عبارتهای زیر فضای نمونه پیوسته و گسسته را مشخص نمایید. الف) فضای نمونه طول عمر یک لامپ ب) فضای نمونه پرتاب یک سکه و یک تاس	۰/۵
۱۱	اگر A و B دو پیشامد معین باشند، پیشامد "تنها یکی از دو پیشامد A و B اتفاق بیفتد" را با استفاده از نمودار ون نمایش دهید.	۱
۱۲	تاس سالمی را ۱۰ بار پرتاب می‌کنیم، احتمال آن که ۷ بار عدد روی تاس فرد ظاهر شده باشد، چقدر است؟	۱
۱۳	سکه سالمی را پرتاب می‌کنیم اگر پشت بیاید ۲ بار دیگر سکه را پرتاب می‌کنیم و اگر رو بیاید تاس سالمی را می‌ریزیم، مطلوب است احتمال آن که: الف) تاس زوج بیاید. ب) سکه فقط دو بار پشت بیاید.	۲
۱۴	دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین ۰ و ۲ انتخاب می‌شوند، مطلوب است احتمال آن که مجموع دو عدد بین ۱ و ۲ باشد.	۲
۱۵	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ی S ثابت کنید: $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$	۲
	جمع نمره	۲۰

«موفق باشید»

باسمه تعالی

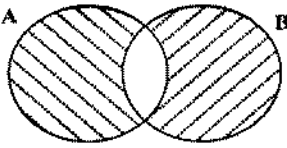
ساعت شروع : ۳۰ : ۸ صبح	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳ / ۱۰ / ۱۳۹۱		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) استقرایی (۰/۲۵) ب) استنتاجی (۰/۲۵)	۰/۵
۲	$P(1): 2 = 2(1)^2 \quad (0/25)$ فرض استقراء $P(K): 2 + 4 + 6 + \dots + (4k - 2) = 2k^2 \quad (0/25)$ حکم استقراء $P(K+1): 2 + 4 + 6 + \dots + (4k - 2) + (4k + 2) = 2(k+1)^2 \quad (0/25)$ $P(K+1): 2 + 4 + 6 + \dots + (4k - 2) + (4k + 2) = 2k^2 + (4k + 2) \quad (0/25)$ $= 2(k^2 + 2k + 1) = 2(k+1)^2 \quad (0/25)$	۱/۲۵
۳	الف) نادرست (۰/۲۵) مثال نقض (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) مثال نقض (۰/۲۵)	۱/۲۵
۴	سطح مربع را به ۴ مربع مساوی تقسیم می کنیم. ۴ مربع را ۴ لانه و ۵ نقطه را ۵ کبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) بنابراین اصل کبوتری حداقل دو تا از نقطه ها به یکی از مربع های کوچک تعلق دارند. (۰/۲۵) طول هر ضلع مربع کوچک یک واحد می باشد. با استفاده از قضیه فیثاغورس به دست می آید: $(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \quad (0/25)$ $(AB)^2 < 1^2 + 1^2 \Rightarrow (AB)^2 < 2 \Rightarrow AB < \sqrt{2} \quad (0/25)$	۱
۵	$2a^2 + b^2 + 1 \geq 2(a-ba) \Rightarrow 2a^2 + b^2 + 1 + 2ab - 2a \geq 0 \Rightarrow (a-1)^2 + (a+b)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ درستی عبارت بدیهی است بنابراین تمامی روابط برگشت پذیر است. (۰/۵)	۱
۶	$\sqrt{2} + \sqrt{3} \text{ (گنگ نیست)} \Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{3} = a \text{ (اگویا)} \Rightarrow \sqrt{3} = a - \sqrt{2} \Rightarrow$ $3 = a^2 + 2 - 2a\sqrt{2} \Rightarrow 2a\sqrt{2} = a^2 - 1 \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{a^2 - 1}{2a} \Rightarrow$ گویا \neq گنگ به تناقض رسیده ایم یعنی حکم اولیه درست است. (۰/۲۵)	۱
« ادامه در صفحه ی دوم »		



باسمه تعالی

ساعت شروع : ۳۰ : ۸ صبح	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۱۰ / ۱۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱

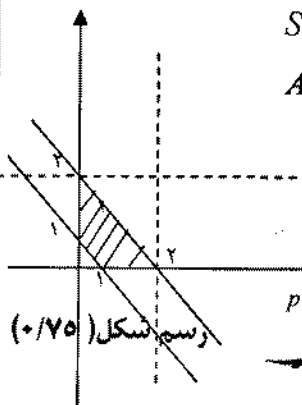
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	الف) $A = \{-1, 1, 3\}$ (۰/۵) $B = \{1, 2\}$ (۰/۵) ب) $A \Delta B = \{-1, 2, 3\}$ (۰/۵) پ) $B^c - (A \times B) = \{(2, 1), (2, 2)\}$ (۰/۵)	۲
۸	$(A - B) \cap (B - A) = (A \cap B^c) \cap (B \cap A^c) = (A \cap A^c) \cap (B \cap B^c) = \Phi$ (۰/۵)	۱/۵
۹	۱) بازتابی است. $(x, y)R(x, y) \Rightarrow x^2 + 5y^2 = x^2 + 5y^2$ (۰/۲۵) ۲) $(x, y)R(z, t) \Rightarrow x^2 + 5y^2 = z^2 + 5t^2 \Rightarrow z^2 + 5t^2 = x^2 + 5y^2 \Rightarrow (z, t)R(x, y)$ تقارنی است (۰/۲۵) ۳) $\left\{ \begin{array}{l} (x, y)R(z, t) \Rightarrow x^2 + 5y^2 = z^2 + 5t^2 \\ (z, t)R(e, f) \Rightarrow z^2 + 5t^2 = e^2 + 5f^2 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 + 5y^2 = e^2 + 5f^2 \Rightarrow (x, y)R(e, f)$ تعدی است (۰/۵) پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵) ب) $[(-2, 1)] = \{(x, y) \in Z^2 - \{(0, 0)\} \mid (x, y)R(-2, 1)\} = \{(x, y) \mid x^2 + 5y^2 = 9\}$ (۰/۲۵)	۲
۱۰	الف) پیوسته (۰/۲۵) ب) گسسته (۰/۲۵)	۰/۵
۱۱		۱
۱۲	صورت و مخرج کسر هر قسمت (۰/۵) $P = \frac{\binom{n}{k}}{2^n} = \frac{\binom{10}{7}}{2^{10}}$	۱
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳/۱۰/۱۳۹۱		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۳	<p>۲</p> $S = \{1R, 2R, 3R, 4R, 5R, 6R, PRR, PRP, PPR, PPP\} \Rightarrow n(S) = 10 \quad (0/5)$ $A = \{2R, 4R, 6R\} \Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{10} \quad (0/75)$ $B = \{PPR, PRP\} \Rightarrow n(B) = 2 \Rightarrow P(B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \quad (0/75)$	۲
----	---	---

۱۴	<p>۲</p> $S = \{(x, y) \mid 0 < x < 2, 0 < y < 2\} \quad (0/25)$ $A = \{(x, y) \mid 1 < x + y < 2\} \quad (0/25)$  <p>رسم شکل (0/75)</p> $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{4} = \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{3}{8} \quad (0/75)$	۲
----	--	---

۱۵	<p>۲</p> $A = (A - B) \cup (A \cap B) \quad (0/5)$ $P(A) = P[(A - B) \cup (A \cap B)] \quad (0/25)$ <p>$(A - B)$ و $(A \cap B)$ دو بیشامد ناسازگارند پس طبق اصل ۳ داریم: (0/5)</p> $P(A) = P(A - B) + P(A \cap B) \quad (0/5)$ $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) \quad (0/25)$	۲
----	---	---

۲۰	جمع نمره	
----	----------	--

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.